

JADERNÁ FYZIKA

REFERÁT NA TÉMA

RADIOAKTIVNÍ ROZPAD

Vypracoval: Donát Josef

Úvod

V prvních letech 20. století se o struktuře atomů nevědělo o mnoho více, než že obsahují elektrony. Ani hmotnost elektronu objeveného v roce 1897 J.J. Thomsonem nebyla tehdy ještě známa a nevědělo se ani, kolik vlastně atom těchto záporně nabitých částic obsahuje. Atom jako celek je elektricky neutrální a musí tedy obsahovat i kladný náboj, ale o tom, jakou formu takový kompenzující náboj má, nebylo v té době také nic známo.

V roce 1911 Ernest Rutherford navrhl model, ve kterém je kladný náboj atomu zhuštěn okolo jeho středu, takže vytváří **jádro** atomu, v němž je většina hmotnosti atomu. Rutherfordův model nebyl jen pouhou hypotézou, ale byl podložen výsledky experimentu, který sám navrhl a který úspěšně provedli jeho spolupracovníci Hans Geiger (slavný díky Geigerovu čítači) a Ernest Madsen, dvacetiletý student.

V Rutherfordově době bylo známo, že se některé prvky nazývané **radioaktivní**, samovolně přeměňují na jiné a emitují přitom nějaké částice.

Pokud se o jádra atomů zajímáme jen z hlediska různých jaderných vlastností, nikoli jako o části atomů, nazýváme je obecně **nuklidy**.

Jádro se skládá z protonů a neutronů. Počet protonů v jádře (**atomové číslo** nebo také **protonové číslo**) je označováno symbolem **Z**; počet neutronů (**neutronové číslo**) symbolem **N**. Celkovému počtu protonů a neutronů v jádře říkáme **hmotnostní číslo A**, takže

$$A = Z + N \quad (1)$$

Máme-li na mysli jak neutrony, tak protony, používáme společného pojmenování **nukleony**.

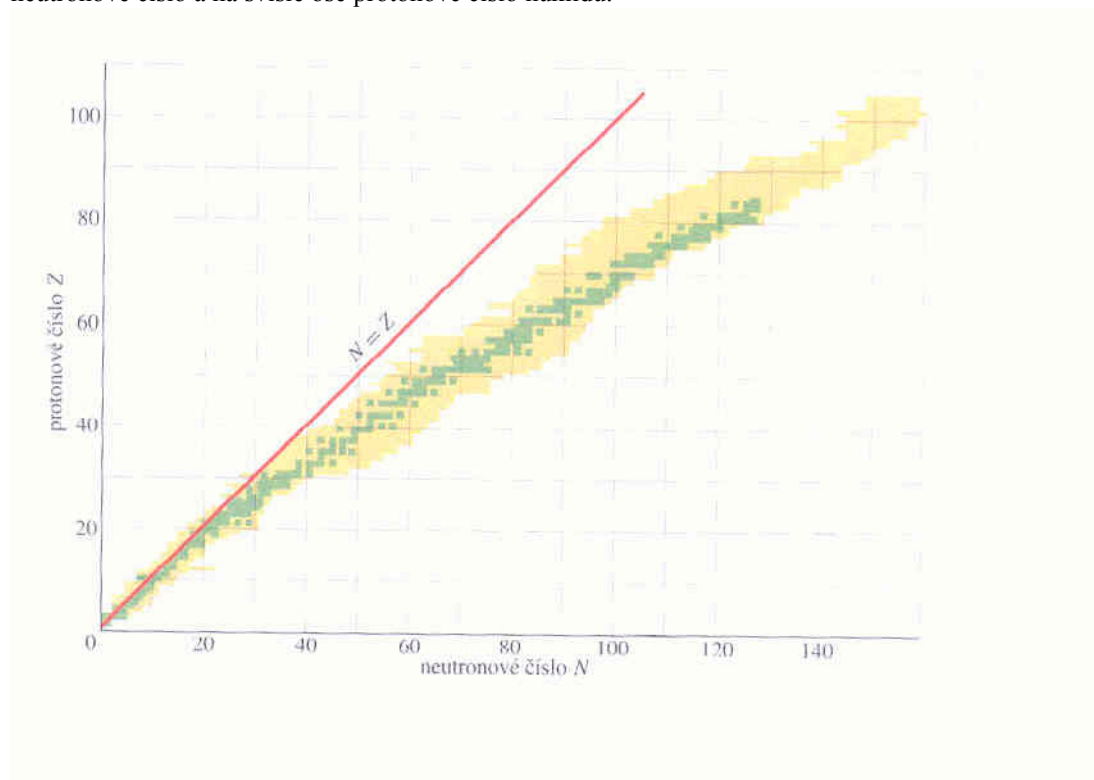
Způsob značení nuklidů

Vezměme například ^{197}Au . Levý horní index (197) udává hmotnostní číslo A. Chemická značka nám říká, že jde o zlato, jehož atomové číslo je 79. Z rovnice (1) vyplývá, že neutronové číslo tohoto nuklidu je 118.

Nuklidy se stejným atomovým číslem Z, ale rozdílným neutronovým číslem A se nazývají **izotopy** prvku. Zlato má 32 izotopů v rozmezí od ^{173}Au do ^{204}Au . Pouze jeden z nich (^{197}Au) je stabilní, zbývajících 31 je radioaktivních. U těchto **radionuklidů** dochází k **rozpadu**, při kterém je emitována nějaká částice a původní nuklid se změní na jiný.

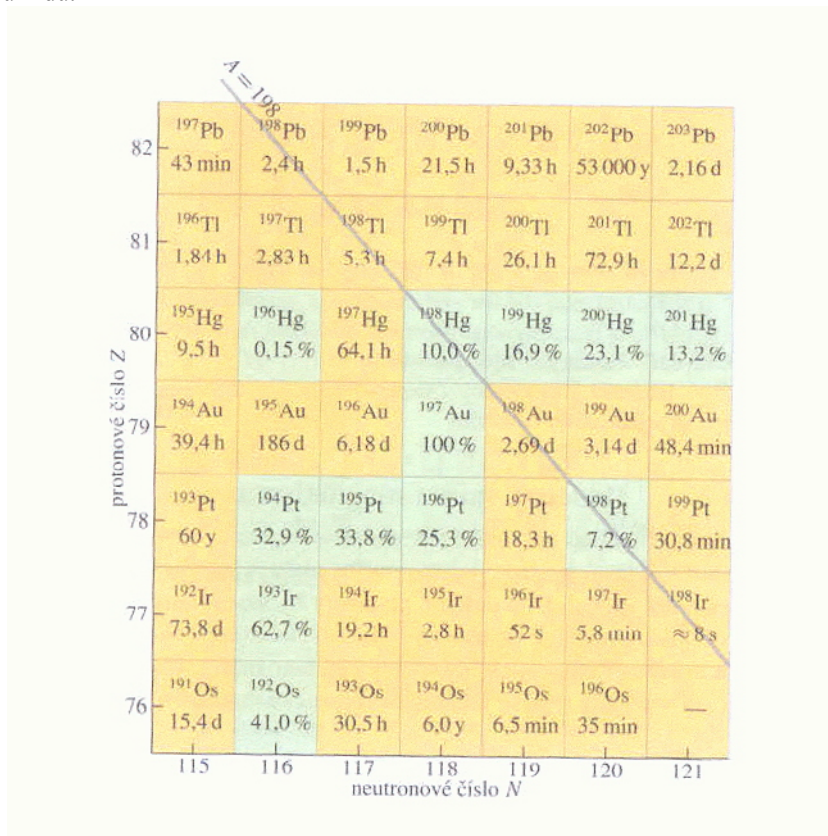
Klasifikace nuklidů

Nuklidy klasifikujeme podle **nuklidového diagramu** jak znázorňuje obr. 1 kde na vodorovné ose je neutronové číslo a na svislé ose protonové číslo nuklidu.



Stabilní izotopy jsou na tomto obrázku zakresleny zelenou barvou, radionuklidy béžovou. Jak je z obrázku vidět, radionuklidy se nacházejí po obou stranách dobře definovaného pásu stability a také nad jeho koncem. Všimněme si také, že lehčí stabilní nuklidy leží blízko přímky $N = Z$, což znamená, že mají stejný počet protonů a neutronů. Naopak těžší nuklidy mají mnohem více protonů než neutronů. Například pro zlato ^{197}Au jsme již viděli, že má 118 neutronů a pouze 79 protonů.

Nuklidové diagramy jsou dostupné jako velké nástěnné mapy, kde každé políčko je vyplněno charakteristikou příslušného nuklidu.



Na obr.2 je výřez diagramu se středem u ^{197}Au . Pro stabilní nuklidy se udávají relativní četnosti výskytu, pro radionuklidy poločasy rozpadu (míra rychlosti rozpadu). Nakloněná přímka představuje **izobaru** – nuklidy na této přímce mají stejné hmotnostní číslo, v tomto případě $A = 198$.

Radioaktivní rozpad

Jak je vidět z obr.1 je většina známých nuklidů radioaktivní. Radioaktivní nuklid samovolně emituje částici a přeměňuje se na jiný nuklid, který zaujímá odlišné políčko na diagramu nuklidů.

Radioaktivní rozpad poskytl první důkaz toho, že zákony řídící subatomový svět mají statistický charakter. Vezměme například jako vzorek 1 mg kovového uranu. Ten obsahuje $2,5 \cdot 10^{18}$ atomů ^{238}U s velmi dlouhou dobou života. Jádra těchto atomů existovala od doby, kdy vznikla – dlouho před utvářením naší sluneční soustavy. Během každé sekundy se v našem vzorku rozpadne pouhých 12 jader. Při rozpadu emituje jádro α – částice a přeměňuje se na ^{234}Th .

Neexistuje vůbec žádný způsob, jak předpovědět, jestli určité jádro ze vzorku bude jedním z malého počtu jader, která se rozpadnou v následující sekundě. U všech jader je pravděpodobnost rozpadu stejná.

Statistickou podstatu procesu rozpadu můžeme vyjádřit tvrzením, že pro vzorek s N radioaktivními jádry je rychlost rozpadu $-dN/dt$ je úměrná A

$$-dN/dt = \lambda AN \quad (2)$$

Konstanta rozpadu λ má charakteristickou hodnotu pro každý radionuklid. Její jednotka je $[\text{s}^{-1}]$. Rovnici (2) lze integrovat na tvar

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{radioaktivní rozpad}) \quad (3)$$

kde N_0 je počet radioaktivních jader ve vzorku v čase $t = 0$ a N je počet zbylých jader v libovolném následujícím okamžiku t .

Často nás více zajímá rychlost rozpadu $R = -dN/dt$ než samotné N .

$$R = -dN/dt = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (4)$$

neboli

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \quad (\text{radioaktivní rozpad}) \quad (5)$$

což je jiná forma radioaktivního rozpadu (rovnice 3). Zde $R_0 = \lambda N_0$ je rychlost rozpadu v čase $t = 0$ a R je rychlost rozpadu v libovolném následujícím čase t . Celková rychlost rozpadu R vzorku radionuklidu se nazývá **aktivita** vzorku. Jednotkou aktivity v soustavě SI je **becquerel**, podle objevitele radioaktivity Henriho Becquerela.

$$1 \text{ becquerel} = 1 \text{ Bq} = 1 \text{ rozpad za sekundu}$$

Starší jednotka, která se stále často používá, je **curie**.

$$1 \text{ curie} = 1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

Příklad na užití těchto jednotek: „Aktivita vyhořelé palivové tyče číslo 5 658 dne 15. ledna 1997 činila $3,5 \cdot 10^{15} \text{ Bq} = 9,5 \cdot 10^4 \text{ Ci}$. “Zmíněného dne se tedy v palivové tyči rozpadlo každou sekundu $3,5 \cdot 10^{15}$ radioaktivních jader.

Velmi důležitou veličinou je **poločas rozpadu** τ , definovaný jako doba, po kterou jak N , tak R poklesnou na polovinu své hodnoty. Když v rovnici (5) položíme $R = R/2$ a dosadíme $t = \tau$ dostaneme

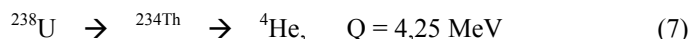
$$R_0/2 = R_0 e^{-\lambda \tau}$$

Řešení pro τ dává vztah mezi poločasem rozpadu τ a konstantou rozpadu λ

$$\tau = \ln 2 / \lambda \quad (6)$$

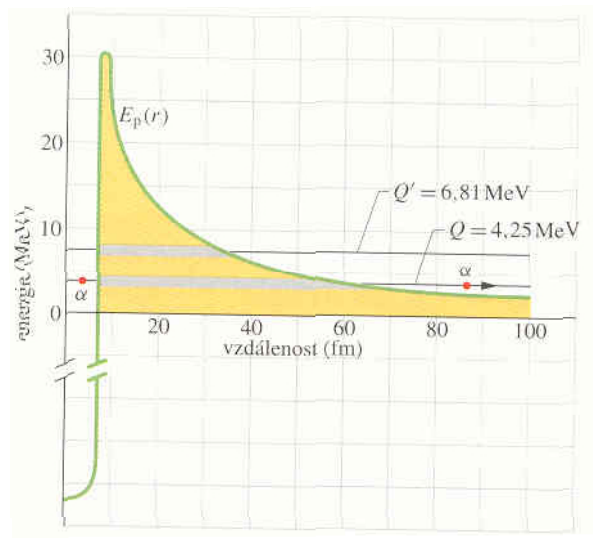
Rozpad α

Radionuklid ^{238}U se rozpadá tak, že emituje α - částici (jádro atomu hélia) podle vzorce



Q je energie reakce (v tomto případě rozpadu), tedy množství energie uvolněné při jednom rozpadu. Můžeme se oprávněně ptát: uvolní-li se při každém rozpadu energie, proč se jádra ^{238}U nerozpadla již krátce potom co vznikla? Proč tak dlouho vyčkávají? Odpověď najdeme až při hlubším pohledu na mechanismus α -rozpadu. Zvolíme si model, ve kterém se α - částice vytvoří uvnitř jádra již předtím, než z jádra unikne. Na obr. 3 je znázorněn přibližný průběh potenciální energie $E_p(r)$ soustavy α - částice a zbytkového jádra ^{234}Th v závislosti na jejich vzdálenosti r . Tento průběh je dán součtem potenciálové jámy dané (přitažlivou) silnou jadernou silou působící uvnitř jádra a Coulombova potenciálu odpudivé elektrické síly, která působí mezi dvěma částicemi před rozpadem i po něm.

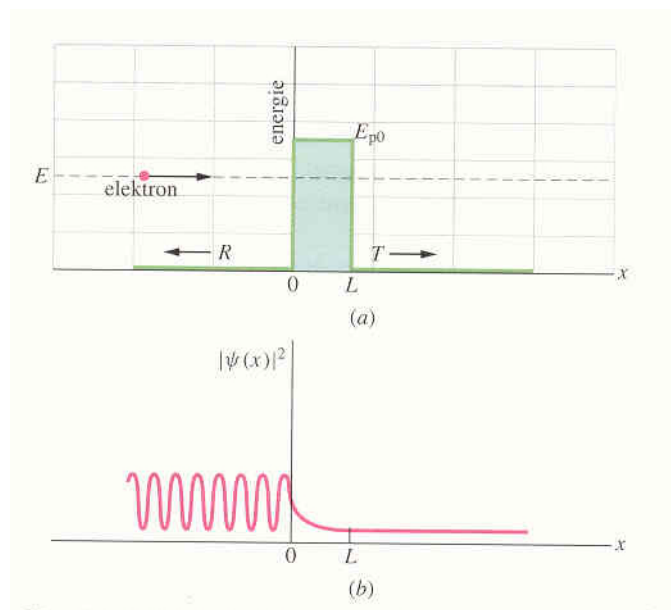
Vodorovná černá přímka označená $Q = 4,25 \text{ MeV}$ ukazuje energii rozpadu. Jestliže předpokládáme, že tato energie představuje celkovou energii α - částice při rozpadu, potom část křivky $E_p(r)$ nad touto přímkou představuje potenciálovou bariéru. Přes tuto bariéru nelze přelézt. Kdyby se α - částice vyskytla v oblasti bariéry, byla by její potenciálová energie E_p větší než celková energie E . To by znamenalo, že její kinetická energie E_k (která je rovna $E - E_p$) by byla záporná. Podle klasické fyziky je tedy oblast bariéry pro částici nedostupná.



Obr.3 Potenciální energie při emisi α - částice jádrem ^{238}U . Vodorovná černá přímka označená $Q = 4,25 \text{ MeV}$ ukazuje energii rozpadu. Tlustá šedá část této přímky ukazuje vzdálenosti r , které jsou pro α - částici klasicky zakázané. Částice α je znázorněna jako bod, jak uvnitř potenciálové jámy (nalevo), tak vně (napravo) poté, co protunelovala. Vodorovná černá přímka označená $Q' = 6,81 \text{ MeV}$ ukazuje energii rozpadu pro α rozpad ^{228}U . (oba izotopy mají stejnou křivku potenciální energie, protože mají stejný náboj jádra.)

Nyní už vidíme proč nedochází k okamžité emisi α - částic z jádra ^{238}U . Jádro je obklopeno výraznou potenciálovou bariérou, která zaujímá – uvažováno ve třech rozměrech – objem mezi dvěma kulovými slupkami (o poloměrech 8 fm a 60 fm). Tento argument je tak přesvědčivý, že nyní obrátíme otázku a budeme se ptát: jak je možné, že α - částice, trvale uvězněná uvnitř jádra ^{238}U potenciálovou bariérou, alespoň někdy toto jádro opustí? Odpověď: víme, že existuje konečná pravděpodobnost tunelování částice potenciálovou bariérou, kterou by klasicky překonat nešlo. Rozpad α je tedy ve skutečnosti tunelování potenciálovou bariérou.

Tunelování



Obrázek ukazuje elektron o energii E , který se pohybuje ve směru osy x . Působí na něj takové síly, že jeho potenciální energie E_p je nulová všude kromě oblasti $0 < x < L$, kde má hodnotu E_{po} . Takové oblasti říkáme **bariéra potenciální energie** (nebo volněji **potenciálová bariéra**) o výšce E_{po} a tloušťce L .

Protože $E < E_{po}$, měl by se podle klasické fyziky elektron, který se k bariéře přibližuje zleva, od bariéry odrazit a pohybovat se zpět proti původnímu směru pohybu. V kvantové fyzice je však elektron v tomto případě de Broglieho vlnou, a proto existuje jistá nenulová pravděpodobnost, že tato vlna „prosákne“ bariérou a ocitne se na druhé straně. To znamená, že existuje konečně velká pravděpodobnost, že se elektron ocitne na vzdálené straně bariéry a bude pokračovat v pohybu vpravo.

Tunelování má mnoho praktických aplikací, jako je například tunelová dioda (Esakiho dioda). Nobelovu cenu za fyziku získali v roce 1973 Leo Esaki za tunelování v polovodičích, Ivar Giaever za tunelování v supravodičích a Brian Josephson za objev Josephsonova jevu (rychlého kvantového přepínače založeného na tunelování).

Poněvadž poločas rozpadu ^{238}U je velmi dlouhý, nemůže být potenciálová bariéra příliš „prostupná“. Částice α , která poskakuje sem a tam uvnitř jádra, musí narazit na vnitřní stěnu bariéry zhruba 10^{38} krát, než se jí podaří uniknout tunelováním. Toto číslo odpovídá 10^{21} nárazům za sekundu po dobu $4 \cdot 10^9$ let. My ovšem čekáme na vnější straně a můžeme zaznamenat jen ty α - částice, kterým se *podařilo* uniknout.

Naše vysvětlení mechanismu α - rozpadu můžeme ověřit na dalších příkladech. Abychom uvažovali výrazně odlišný případ, vezmeme α - rozpad jiného izotopu uranu ^{228}U , který má energii reakce $Q = 6,81 \text{ MeV}$, zhruba o 60% vyšší než ^{238}U . (Hodnota Q je také vyznačena jako vodorovná černá přímka na obr. 3). Existuje velmi silná závislost koeficientu průchodu potenciálovou bariérou na celkové energii pronikající částice. Očekáváme tedy, že α - rozpad bude mnohem snadnější pro tento nuklid než pro ^{238}U . A skutečně tomu tak je.

Srovnání dvou zdrojů α - částic

Radionuklid	Q	Poločas rozpadu
^{238}U	4,25 MeV	$4,5 \cdot 10^9$ roku
^{228}U	6,81 MeV	9.1 min

Rozpad β

Když jádro emituje elektron nebo pozitron (pozitron je antičástice k elektronu, má tedy stejnou hmotnost, ale kladný náboj) říkáme, že jádro prodělává spontánní **β - rozpad**. Podobně jako α - rozpad je i β - rozpad spontánní proces charakterizovaný energií rozpadu. Stejně jako α - rozpad je i β - rozpad statistický jev s časovým průběhem popsaným rovnicemi (3) a (5), jako dva příklady vezmeme



Symbol ν představuje neutrino, neutrální částici s téměř (pokud ne přesně) nulovou hmotností, kterou během rozpadu emituje jádro zároveň s elektronem nebo pozitronem. Neutrino reagují s hmotou jen velmi slabě a z tohoto důvodu se dají neobyčejně obtížně zachytit, takže zůstávala po dlouhou dobu nepovšimnuta.

*Neutrální částice emitovaná při rozpadu podle rovnice (8) je ve skutečnosti antineutrino.

Může se zdát podivné, že jádro emituje elektrony, pozitrony a neutrino, poněvadž jsme tvrdili, že jádro se skládá pouze z neutronů a protonů. Je známo, že atomy také emitují fotony, a určitě neuvažujeme o tom, že atomy „obsahují“ fotony. Fotony prostě vznikají v průběhu procesu emise.

Podobně je to a elektrony, pozitrony a neutriny emitovanými jádry při β rozpadu: vznikají v průběhu emise. Uvnitř jádra se neutron změní na proton podle vztahu



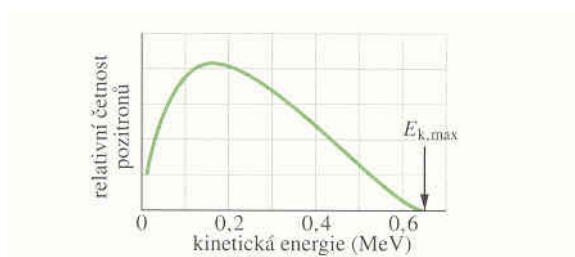
nebo proton na neutron podle vztahu



Oba typy β - rozpadu podávají důkaz toho, že – jak už jsme se zmínili – neutrony a protony nejsou skutečně fundamentální částice. Všimněme si z rovnice (8) a (9), že se při β -rozpadu nemění hmotnostní číslo A nuklidu, pouze jeden z nukleonů jádra změní svůj charakter podle rovnice (10) nebo (11), ale celkový počet nukleonů zůstává stejný.

Při každém rozpadu α i β se uvolní množství energie charakteristické pro danou reakci. Při α - rozpadu daného radionuklidu má každá α - částice přesně definovanou kinetickou energii. (Někdy může radionuklid emitovat několik skupin α - částic, pak má každá skupina přesně definovanou kinetickou energii.) Při rozpadu β podle rovnice (10), která popisuje rozpad s emisí elektronu, je však energie rozpadu Q rozdělena mezi elektron a neutrino, a to v různých poměrech. Někdy získá téměř všechnu energii neutron, jindy neutrino. Vždy však dává součet energie elektronu a neutrina stejnou hodnotu Q . Takové sdílení energie, kdy součet dává vždy stejnou hodnotu, nastává i v případě β - rozpadu podle rovnice (11), která popisuje rozpad s emisí pozitronu.

Při β - rozpadu může tedy energie emitovaného elektronu nebo pozitronu nabývat hodnoty od nuly do nějaké maximální hodnoty $E_{k \max}$.



Obr.5 Rozdělení kinetických energií pozitronů emitovaných při β - rozpadu ^{64}Cu . Maximální hodnota kinetické energie v tomto rozdělení ($E_{k \max}$) je 0,653 MeV. V obecném případě rozpadu jádra ^{64}Cu je tato energie je tato energie rozdělena mezi pozitron a neutrino. Nejpravděpodobnější energie emitovaného pozitronu je 0,15 MeV.

Na obr.5 je rozdělení energií pozitronů emitovaných při β - rozpadu ^{64}Cu (rovnice 9). Maximální hodnota energie pozitronů $E_{k \max}$ musí být rovna energii rozpadu Q , když neutrino neodnáší žádnou energii a pozitron odnáší energii $E_{k \max}$. Platí tedy

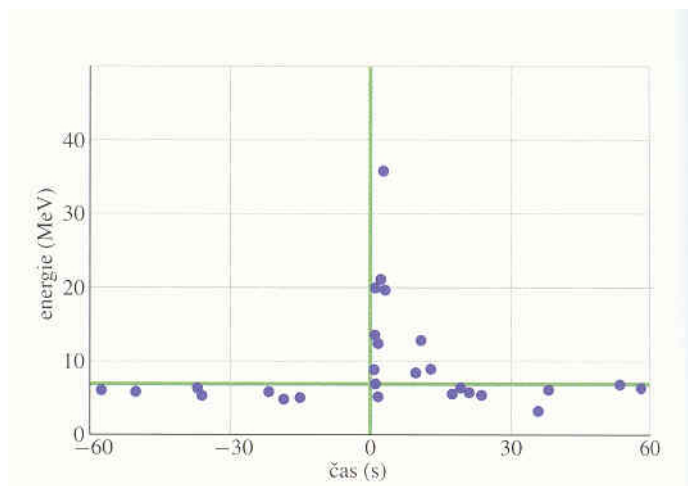
$$Q = E_{k \max} \quad (12)$$

Neutrino

Jako první předpokládal existenci neutrina Wolfgang Pauli v roce 1930. Jeho neutrinová hypotéza nejen umožnila porozumět energiovému rozdělení neutronů a pozitronů při β - rozpadu, ale vyřešila také jinou dřívější záhadu β - rozpadu, totiž „chybějící“ moment hybnosti.

Neutrino je vskutku nepolapitelná částice; vypočítaná střední volná dráha neutrina s vysokou energií je několik tisíc let. Přitom neutrina zbylá po Velkém třesku, který asi označuje stvoření vesmíru, jsou nejpočetnější částice ve fyzice. Miliardy jich prochází našimi těly, aniž by zanechaly jedinou stopu.

Bez ohledu na jejich nepolapitelnost, bylo nakonec neutrina v laboratořích detekována. Poprvé to dokázali v roce 1953 F. Reines a C. L. Cowan se svazkem neutrin vytvořených v jaderném reaktoru o velkém výkonu. (V roce 1955 obdržel Reines Nobelovu cenu za tuto práci Cowan již v této době nebyl naživu.) Přes velké obtíže s detekcí je dnes neutrinová fyzika značně rozvinutá oblast experimentální fyziky.



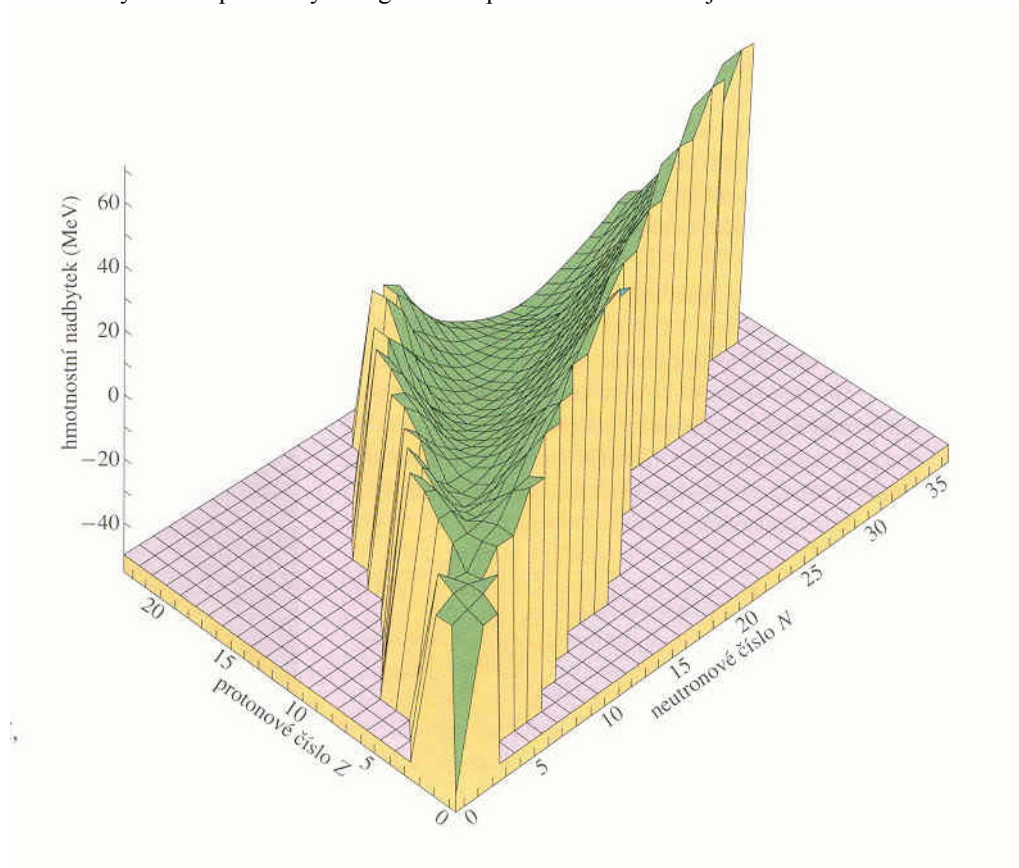
Obr.6 Sprška neutrin ze supernovy SN 1987A, zaznamenaná v (relativním) čase 0 výrazně ční nad obvyklými případy detekce neutrin. (Pro neutrina je 10 už „pořádná sprška“!). Částice byly detekovány velmi komplikovaným detektorem v hlubokém podzemním dole v Japonsku. Supernova byla viditelná pouze na jižní polokouli, takže neutrina musela před vstupem do detektoru projít napříč Zemí (ta je pro ně jen nepatrnou překážkou.)

Slunce emituje neutrina z jaderné pece ve svém nitru, a to i v noci, kdy k nám přicházejí tyto poslové ze středu Slunce zdola, neboť Země je pro ně téměř zcela průhledná. V únoru 1987 k nám dorazilo světlo z hvězdného výbuchu ve Velkém Magellanově mračnu (blízké galaxie) po cestě trvající 170 000 let. Při výbuchu vzniklo také množství neutrin a asi 10 z nich bylo zachyceno velmi citlivým detektorem v Japonsku.

Radioaktivita a nuklidový diagram

Zkoumání α i β umožňuje získat nový pohled na nuklidový diagram z obr. 1. Přidejme k diagramu třetí rozměr a nanášíme na rovinu kolmou k rovině NZ **hmotnostní nadbytek** příslušného nuklidu. Hmotnostní nadbytek nuklidu je (nehledě na název) energie, která je přibližně rovna *celkové* vazební energii nuklidu. Je definována jako $(m - A)c^2$, kde m je atomová hmotnost nuklidu a A je jeho hmotnostní číslo, obě veličiny uvádíme v jednotkách atomové hmotnosti u , a c^2 vyjádříme ve tvaru $931,5 \text{ MeV/u}$.

Takto vytvořená plocha vytváří grafickou představu o stabilitě jádra.



Obr.7 Část údolí nuklidů zahrnující pouze málo hmotné nuklidy. Deuterium, tritium a helium leží v nejbližším rohu grafu, helium je z nich nejvyšší. Údolí se táhne od nás až ke konci grafu kolem hodnot $Z = 22$ a $N = 35$. Nuklidy s velkou hmotností A , které by v grafu ležely daleko mimo údolí, se mohou přemístit do údolí opakovanými α - rozpady nebo štěpením (rozdělením nuklidu).

Jak je vidět z obrázku (pro málo hmotné nuklidy), tato plocha popisuje „údolí nuklidů“, kde pás stability z obr. 1 běží po jeho dnu. Nuklidy na stěně bohaté na protony se do údolí rozpadají emisí pozitronů, nuklidy na stěně bohaté na neutrony tak činí emisí elektronů.

Radioaktivní datování

Známe-li poločas rozpadu určitého radionuklidu, můžeme v principu použít takový rozpad jako hodiny pro měření časových intervalů. Rozpad nuklidu s velmi dlouhým poločasem rozpadu může sloužit pro měření stáří hornin, tedy doby, která uplynula od jejich vzniku. Měření hornin ze Země, Měsíce a také meteoritů dávají konzistentně maximální hodnotu stáří těchto těles zhruba $4,5 \cdot 10^9$ roku.

Shrnutí

Většina známých nuklidů je radioaktivní; nuklidy se samovolně rozpadají rychlostí $R = -dN/dt$, která je úměrná počtu radioaktivních atomů N . Konstanta úměrnosti je *rozpadová konstanta* λ . To vede k zákonu exponenciálního rozpadu

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$R = \lambda N = R_0 e^{-\lambda t}$$

Poločas rozpadu $\tau = (\ln 2)/\lambda$ radionuklidu je čas potřebný k tomu, aby se rychlost rozpadu R (a též počet jader N) v vzorku snížil na polovinu.

Rozpad α – některé nuklidy se rozpadají tak, že emitují α - částice. Tyto rozpady jsou ztíženy potenciálovou bariérou, která nemůže být překonána podle klasické fyziky, ale může být překonána tunelováním podle kvantové fyziky. Propustnost bariéry a tím i poločas α - rozpadu jsou velmi citlivě závislé na energii α - částice.

Rozpad β - při rozpadu β emituje jádro buď elektron, nebo pozitron a spolu s ním také neutrino. Emitované částice se dělí o uvolněnou energii rozpadu. Elektrony a pozitrony emitované při β - rozpadu mají spojitě spektrum energií od nuly do maximální hodnoty rovné energii rozpadu $Q = \Delta mc^2$.

Radioaktivní datování – přirozeně radioaktivní nuklidy umožňují přibližné datování historických a prehistorických událostí. Například stáří organických látek můžeme často určit pomocí měření obsahu ^{14}C , stáří hornin pomocí radioaktivního izotopu ^{40}K .

Příloha – příklady

- 1) Následující tabulka udává některá měření rychlosti rozpadu vzorku ^{128}I . Tento radionuklid se často používá v lékařství pro měření rychlosti usazování jódu ve štítné žláze.

Čas [min]	R [impulsů/s]
4	392,2
36	161,4
68	65,5
100	26,8
132	10,9
164	4,56
196	1,86
218	1,00

Najděte rozpadovou konstantu a poločas rozpadu uvedeného radionuklidu.

Řešení: Jestliže vezmeme přirozený logaritmus obou stran rovnice (5), máme

$$\ln R = \ln R_0 - \lambda t$$

Vyneseme-li tedy $\ln R$ v závislosti na t , musíme dostat přímku se směrnicí $-\lambda$. To je provedeno na obr. 1, ze kterého dostaneme

$$-\lambda = -(6,2 - 0)/(225 \text{ min} - 0 \text{ min})$$

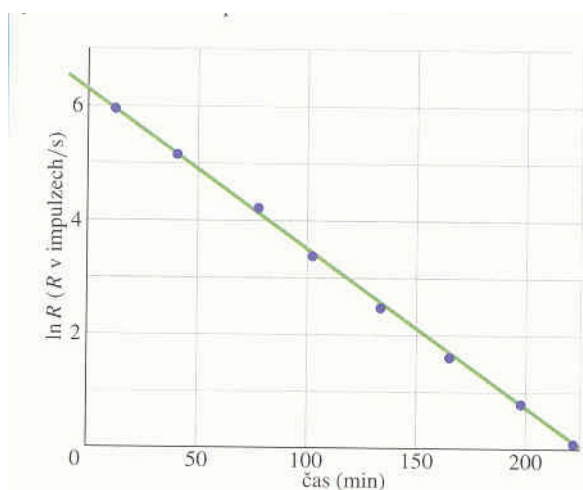
neboli

$$\lambda = 0,0275 \text{ min}^{-1} = 1,7 \text{ h}^{-1}$$

Poločas rozpadu najdeme snadno z rovnice (6)

$$\tau = \ln 2 / \lambda = \ln 2 / 0,0275 \text{ min}^{-1} = 25 \text{ min}$$

Aktivita daného vzorku ^{128}I poklesne na polovinu počáteční hodnoty za 25 minut bez ohledu na to, jaká byla počáteční aktivita. Stejně tak poklesne na polovinu počáteční hodnoty počet jader ^{128}I ve vzorku, bez ohledu na to, kolik jader ^{128}I vzorek na počátku obsahoval.



Obr. 1 Semilogaritmické zobrazení dat z tabulky měření rozpadu vzorku ^{128}I . Poločas rozpadu uvedeného radionuklidu (25 min) lze získat ze směrnice přímky.

- 2) Vzorek KCl o hmotnosti 2,71 g je radioaktivní a rozpadá se s konstantní aktivitou 4,490 Bq. Ukazuje se, že se rozpadá draslík, přesněji jeho izotop ^{40}K , který tvoří 1,17 % normálního složení draslíku. Vypočítejte poločas rozpadu tohoto nuklidu.

Řešení: Poločas rozpadu určíme podle rovnice (6). Poněvadž aktivita je téměř konstantní, musí být poločas rozpadu velmi dlouhý a nemůžeme pro jeho určení použít metodu z příkladu 1. Musíme proto dosadit hodnoty N a dN/dt do rovnice (2).

V tabulce najdeme pro KCl hodnotu molární hmotnosti $74,6 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, takže počet draslíkových atomů ve vzorku je

$$N_K = (6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})(2,71 \text{ g}) / (74,6 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}) = 2,187 \cdot 10^{22}$$

Z tohoto počtu je počet atomů ^{40}K

$$N_{40} = (2,187 \cdot 10^{22})(0,0117) = 2,559 \cdot 10^{20}$$

Z rovnice (2) plyne

$$\lambda = -(dN/dt)/N = R_{40}/N_{40} = (4\,490 \text{ s}^{-1}) / (2,559 \cdot 10^{20}) = 1,755 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}$$

Podle rovnice (6) je poločas rozpadu

$$\tau = \ln 2 / \lambda = [(\ln 2)(1 \text{ r} / 3,16 \cdot 10^7 \text{ s})] / (1,755 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}) = 1,25 \cdot 10^9 \text{ roku}$$

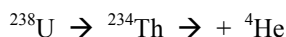
To je srovnatelné se stářím vesmíru. Proto nemůžeme poločas rozpadu tohoto radionuklidu měřit z poklesu jeho aktivity. Je zajímavé, že i draslík v našem těle obsahuje obvyklý podíl radionuklidu; jsme tedy všichni trochu radioaktivní.

- 3) Máme dány následující hodnoty hmotností atomů:

^{238}U	238,050 79 u	^4He	4,002 60 u
^{234}Th	234,043 63 u	^1H	1,007 83 u
^{237}Pa	237,051 21 u		

Symbol Pa označuje prvek protaktinium, $Z = 91$.

- (a) Spočítejte energii uvolněnou při α - rozpadu ^{238}U . Rozpadová reakce je



Povšimněme si jak se v tomto vztahu projevuje zachování jaderného náboje: atomová čísla thoria (90) a helia (2) dávají v součtu atomové číslo uranu (92). Zachovává se i počet nukleonů: $238 = 234 + 4$.

Řešení: celková hmotnost atomů vzniklých po rozpadu ($234,043\,63 \text{ u} + 4,002\,60 \text{ u}$) je menší než hmotnost atomu uranu ^{238}U o $\Delta m = 0,004\,56 \text{ u}$. Energiový ekvivalent hmotnostního rozdílu je

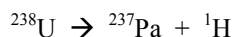
$$Q = \Delta mc^2 = (0,004\,56 \text{ u})(931,5 \text{ MeV/u}) = 4,25 \text{ MeV}$$

Tato energie rozpadu se projeví jako kinetická energie vyletující α - částice a odraženého atomu ^{234}Th .

*Pracujeme podle zavedených zvyklostí s hmotnostmi neutrálních atomů a nikoli s hmotnostmi holých jader. Při výpočtu Δm se hmotnosti elektronů vyruší.

- (b) Ukažte, že ^{238}U se nemůže spontánně rozpadnout tak, aby emitoval proton.

Řešení: Kdyby k rozpadu s emisí protonu mohlo dojít měl by tvar



(Můžeme se přesvědčit, že se i v této reakci zachovává jak jaderný náboj, tak počet nukleonů.) Hmotnost

obou atomů po rozpadu ($237,051\,21\,u + 1,007\,83\,u$) je ale větší než hmotnost atomu uranu ^{238}U , $\Delta m = -0,008\,25\,u$ a energie a energie rozpadu $Q = -7,68\,\text{MeV}$. Znaménko – ukazuje, že je potřeba dodat jádru ^{238}U energii $7,68\,\text{MeV}$ k tomu, aby mohlo emitovat protony; k tomu určitě nedojde spontánně.

- 4) Spočítejte energii Q při β^- rozpadu ^{32}P , který je zapsán v rovnici (8). Potřebné atomové hmotnosti jsou $31,973\,91\,u$ pro ^{32}P a $31,972\,07\,u$ pro ^{32}S .

Řešení: Poněvadž je při rozpadu emitován elektron, musíme pečlivě rozlišovat jaderné a atomové hmotnosti. Označme tučným písmem $\mathbf{m}_p$ a $\mathbf{m}_s$ jaderné hmotnosti ^{32}P a ^{32}S a kurzívou m_p a m_s příslušné atomové hmotnosti. Energie rozpadu Q je Δmc^2 , kde pro rozpad podle rovnice (8)

$$\Delta m = \mathbf{m}_p - (\mathbf{m}_s + m_e)$$

kde m_e je hmotnost elektronu. Jestliže na pravé straně přičteme a odečteme $15m_e$, dostaneme

$$\Delta m = (\mathbf{m}_p + 15m_e) - (\mathbf{m}_s + 16m_e)$$

Veličiny v závorkách jsou atomové hmotnosti ^{32}P a ^{32}S , takže

$$\Delta m = m_p - m_s$$

Vidíme tedy, že odečítáme-li atomové hmotnosti, bereme automaticky v úvahu hmotnost emitovaného elektronu. (Tento postup tedy neplatí při emisi pozitronu.)

Energie uvolněná při β^- rozpadu ^{32}P je tedy

$$Q = \Delta mc^2 = (31,973\,91\,u - 31,972\,07\,u)(931,5\,\text{MeV}/u) = 1,71\,\text{MeV}$$

Vypočtená hodnota Q by podle rovnice (12) měla být rovna maximální energii emitovaných elektronů $E_{k\,\text{max}}$, což je skutečně experimentálně potvrzeno. Ačkoli je při každém rozpadu ^{32}P uvolněna energie $1,71\,\text{MeV}$, elektrony odnášejí jen její část. Zbývající část získávají neutrino a nepozorovatelně ji odnášejí pryč.

- 5) Měření vzorku horniny z Měsíce na hmotnostním spektrometru ukázala, že poměr počtu přítomných (stabilních) atomů argonu ^{40}Ar k počtu (radioaktivních) atomů draslíku ^{40}K je $10,3$. Předpokládejme, že všechny argonové atomy vznikly rozpadem draslíku s poločasem rozpadu $\tau = 1,25 \cdot 10^9$ roku. Jaké je stáří horniny?

Řešení: Jestliže hornina obsahovala N_0 atomů draslíku v čase, kdy se tvořila tuhnutím z roztavené látky, bude v čase analýzy počet draslíkových atomů dán rovnicí (3)

$$N_k = N_0 e^{-\lambda t} \quad (13)$$

kde t je stáří horniny. Každý rozpadlý atom draslíku vytvořil atom argonu. V čase analýzy je tedy počet argonových atomů

$$N_{\text{Ar}} = N_0 - N_k \quad (14)$$

Hodnotu N_0 nemůžeme měřit; vyloučíme ji proto z rovnic (13) a (14). Po úpravách tak dostaneme rovnici

$$\lambda t = \ln [1 + (N_{\text{Ar}}/N_k)] \quad (15)$$

ve které je možné poměr N_{Ar}/N_k měřit. Vyjádříme-li t z rovnice (15) a použijeme-li rovnici (6) pro nahrazení λ , dostaneme

$$t = [\tau \ln(1 + N_{\text{Ar}}/N_k)] / \ln 2 = \{(1,25 \cdot 10^9\,\text{r})[\ln(1 + 10,3)]\} / \ln 2 = 4037 \cdot 10^9\,\text{roku}$$

U měsíčních nebo pozemských vzorků bylo zjištěno i menší stáří, ale nikdy podstatně větší. Podle toho můžeme říci, že sluneční soustava je stará asi 4 miliardy let.

Literatura:

- [1] Halliday D. – Resnick R. – Walker J.: FYZIKA – část 5: Moderní fyzika ;VUT Brno 2000
(vysokoškolská učebnice)
- [2] Fojtek A. – Foukal J. – Mádr V. – Wyslych P.: Základy fyziky pro bakalářské studium;
VŠB – TU Ostrava 2000 (skriptum)
- [3] Svoboda E. a kol.: Přehled středoškolské fyziky ; Prometheus 1996