

Předmět: Technická fyzika III.- *Jaderná fyzika*

Název semestrální práce: **OBEČNÁ A SPECIÁLNÍ TEORIE RELATIVITY**

Jméno: Martin Fiala

Datum: 16.5.2003

Obor: MVT

Ročník: II.

## ***OBECNÁ TEORIE RELATIVITY***

### **Ekvivalence hmoty a energie**

Nejvýznamnějším důsledkem STR je poznatek o ekvivalenci hmoty a energie, vyjádřený známým Einsteinovým vzorcem

$$\mathbf{E = mc^2}$$

Vzorec ukazuje, že energie je úměrná hmotnosti a současně čtverci rychlosti světla. To znamená, že hmota představuje nesmírné množství energie, neboť faktor  $c^2$  má velmi vysokou hodnotu. Hmota (hmotnost) tedy představuje jakýsi druh „zmrazené“ energie, představa, které sám Einstein z počátku nedůvěřoval, jak to lze poznat z následujících řádků jednoho dopisu jeho příteli Habichtovi:

„Přišla mi na mysl ještě jedna konsekvence elektrodynamické práce. Princip relativity v souvislosti se základními Maxwellovými rovnicemi totiž požaduje, aby hmotnost byla přímo mírou energie, obsažené v tělese, světlo přenáší hmotu. Ke značnému úbytku hmotnosti by mělo docházet u rádia. Jsou to veselé a lákavé úvahy; nevím ale, zda se tomu milý Pánbůh nesměje a nevodí mě za nos.“

To že Pánbůh nevodil Einsteina za nos, se svět dozvěděl, když 6. srpna 1945 vybuchla první atomová bomba nad Hirošimou a o tři dny později druhá nad Nagasaki.

Ačkoli sám Einstein dospěl k tomuto poznatku na základě zcela jiných úvah, je možno výpočet známého vzorce učinit přijatelným následujícím způsobem:

Pohybuje-li se částice o klidové hmotnosti  $m_0$  rychlostí  $v$ , potom má větší setrvačnost, případně hmotnost, kterou je možno vypočítat dle rovnice  $m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$

Pokud se v této rovnici nahradí vztah  $(v/c)^2$  symbolem  $x$ , potom je rovnice přetvořena následujícím způsobem:

$$\mathbf{m = m_0 * 1 / \sqrt{1 - x^2}}$$

Je-li hodnota  $x$  velmi malá, pak platí:

$$\mathbf{1 / \sqrt{1 - x^2} = 1 + x^2/2}$$

Vzorec pak může být přepsán následujícím způsobem:

$$\mathbf{m = m_0 + 1/2 m_0 * (v/c)^2 \text{ případně } mc^2 = m_0 c^2 + 1/2 m_0 v^2}$$

Poslední člen vzorce však odpovídá kinetické energii  $W_k$  pohybujícího se tělesa, neboť platí:

$$\mathbf{W_k = 1/2 m_0 v^2}$$

Právě v tom však spočívá největší záhada. Protože pouze rovnocenné veličiny mohou být sčítány, je přirozené, že také součin hmotnosti a čtverce rychlosti světla ( $m_0 c^2$ ) je nutno chápat jako energii, že tedy hmotnost a energie jsou ekvivalentní.

Toto ohromné množství energie se však neuvolňuje mechanickým rozmělněním určité hmoty (např. kusu železa) pomocí nějakého zázračného stroje, ale např. štěpením jádra. Součet hmotností jednotlivých částí atomového jádra je totiž vždy menší než celková hmotnost atomového jádra, skládajícího se z těchto částic. To vede k závěru, že chybějící hmotnost se mění ve vazebnou energii, udržující částice jádra pohromadě. Právě tato energie je při štěpení jádra uvolněna.

Před formulováním STR bylo zachování hmotnosti a zachování energie posuzováno odděleně.

TR sloučila oba pojmy do jednotného celku, to znamená, že zachování celkové energie je ekvivalentní zachování hmoty. Z invariance energie vyplývá proto invariance hmotnosti a naopak. Každé těleso o klidové hmotnosti  $m_0$  odpovídá proto určitému, v každém případě ohromnému množství energie, kterou je možno považovat za vnitřní energii tělesa. Tato vnitřní energie má buď formu potenciální atomové energie, která se může změnit, např. jestliže atom absorbuje záření a tím se dostane do vzbuzeného stavu, anebo v tomto stavu

záření vysílá a tím se vrací do svého stavu původního, anebo má formu potenciální energie jádra, která se může projevit při jaderných reakcích.

Tyto úvahy v oblasti mikrokosmu je možno přirozeně přenést i do makrokosmu. Celková hmotnost Slunce a některé z planet je, jak vyplývá z pohledu na sluneční soustavu, vždy větší než součet klidových hmotností obou těles dohromady. Také zde tedy existuje „hmotový defekt“. Je tím větší, čím blíže k Slunci se planeta nachází, neboť sluneční soustava pak obsahuje větší kinetickou energii. Hmotový defekt je tedy mírou vzdálenosti mezi Sluncem a planetou. Tato skutečnost, přenesena do mikrokosmu, znamená, že vzorec ekvivalence hmoty a energie dává prostředek umožňující stanovení energie, která udržuje částice atomového jádra pohromadě.

Ekvivalence hmoty a energie, tak jak je popsána ve vzorci  $E = mc^2$ , představuje dnes skutečnost potvrzenou nesčetnými experimenty a poskytuje neocenitelnou pomoc k lepšímu pochopení jak mikrokosmu tak i makrokosmu. První a současně nejstrašnější důkaz postulované souvislosti poskytly už zmíněné atomové bomby. Od té doby byl Einsteinův vzorec ověřen různými způsoby, také laboratorně, mezi jinými i pozorováním opačného procesu změny energie v hmotu. Tento pokus byl proveden v DESY v Hamburku. Přitom se mění foton na pár elektron-pozitron.

Většího významu však Einsteinův vzorec nabývá v kosmické oblasti. Od objevu ekvivalence hmoty a energie víme, že Slunce a podobné hvězdy ve vesmíru nejsou ničím jiným, než ohromnými kamny, v nichž se hmota „spaluje“. Přitom se uvolňuje nesmírné množství energie, která dopadá na Zemi v podobě elektromagnetických vln. Množství „spálené“ hmoty a množství uvolněné energie nám přibližují následující číselné příklady.\*)

Země přijímá ze Slunce záření s výkonovou hustotou cca  $1,34 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$ . Protože se však Slunce nachází ve vzdálenosti  $r = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$  od Země, znamená to, že celková hodnota vyzářené energie činí  $1,34 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2 \times 4 \pi r^2 = 1,34 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2 \times 4 \times 3,14 \times (1,49 \cdot 10^{11} \text{ m})^2 = 3,92 \cdot 10^{26} \text{ W}$ . Znamená to, že Slunce vyzáří do svého okolí teplo v hodnotě  $3,92 \cdot 10^{26} \text{ J/sec}$ . Odpovídá to množství tepla  $1,23 \cdot 10^{34} \text{ J/rok}$  a to opět množství hmoty s hmotností

$$m = E/c^2 = \frac{1,23 \cdot 10^{34}}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 1,3 \cdot 10^{17} \text{ kg/rok}$$

Protože hmotnost Slunce činí přibližně  $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ , muselo by uplynout cca 7 biliard roků, aby Slunce ztratilo polovinu své hmoty.

### Vliv rychlosti na hmotnost

Je-li těleso o hmotnosti  $m$  stále urychlováno, dosáhne podle zásad klasické fyziky rychlosti, která nejen odpovídá rychlosti světla, ale může ji dokonce překročit. Také tento předpoklad však odporuje hlavnímu principu teorie relativity. Mezi hmotností a rychlostí musí proto dojít k něčemu, co klasické fyzice uniklo. Pro vysvětlení se podíváme na dva jednoduché vzorce. Mezi rychlostí  $v$ , zrychlením  $g$  a časem  $t$  existuje následující vztah:

$$v = g \cdot t$$

Mezi kinetickou energií  $E$ , hmotností  $m$  a zrychlením  $g$  existuje úměrnost:

$$E \rightarrow m \cdot g$$

Protože však  $g = v/t$ , může být posledně uvedený vzorec přepsán na :

$$E \cdot t$$

$$v \rightarrow \text{-----}m$$

Protože kinetická energie během působení zrychlení neustále roste a rychlost  $v$  se s časem přibližuje asymptoticky rychlosti světla, musí nutně vzrůstat nějakým způsobem setrvačné chování hmotnosti  $m$ , aby opět nastala rovnováha. Mezi hmotností klidovou  $m_0$  a pohybující se hmotností  $m$  musí tedy existovat rozdíl, nějakým způsobem související s faktorem odmoc.

z  $1 - (v/c)^2$ , který se objevuje při sčítání rychlostí. Poměr klidové hmotnosti  $m_0$  ke hmotnosti v pohybu  $m$  je tedy možno vyjádřit vztahem:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

Blíží-li se tedy rychlost nějakého tělesa rychlosti světla  $c$ , stává se jeho hmotnost, lépe řečeno jeho setrvačnost, větší a větší, takže toto těleso nakonec nemůže být podstatněji urychleno. Na této závislosti také ztroskotává naděje, že jednou by mohly být postaveny vesmírné lodě překonávající rychlostí světla vzdálenosti mezi hvězdami.

Přírůstek hmotnosti, tzn. setrvačného chování v závislosti na rychlosti, byl dosud tolikrát experimentálně dokázán, že může být považován z reality. Všechny urychlovače částic, v nichž jsou částice urychlovány téměř na rychlost světla, fungují na základě uvedeného poznatku STR.

Následující tabulka shrnuje teoreticky vypočítané a experimentálně změřené hmotnosti elektronů, které byly urychleny na různé rychlosti v rozmezí 5929 a 283 500 km/sec. shoda hodnot potvrzuje přírůstek hmotnosti pohybujících se těles v závislosti na rychlost.

Rychlost (km/sec)	Vypočítaná hmotnost (x 10-31kg)	Změřená hmotnost (x 10-31kg)
5 959	9,1	9,11
18 710	9,117	9,130
58 430	9,227	9,29
164 200	10,87	10,88
283 500	27,82	27,59

Měření prováděná na univerzitě v Zürichu, při nichž byly elektrony urychleny až na rychlost rovnající se 0,99  $c$ , přinesla podobné výsledky. Při těchto pokusech byly používány způsoby měření, které mohly zjistit přírůstek hmotnosti již od 0,05%.

Také ostatní experimenty s vysoce energetickými částicemi poskytují příležitost k ověření přírůstku hmotnosti v závislosti na rychlosti. Například vzájemná srážka vysoce urychlených elektronů a pozitronů za určitých podmínek vede ke vzniku částic  $\gamma$ -psí, jejichž hmotnost se rovná dynamické hmotnosti zúčastněných částic. Přitom se jedná o dynamické hmotnosti, tisícinásobně převyšující klidovou hmotnost výchozích částic.

## *SPECIÁLNÍ TEORIE RELATIVITY*

### Základní principy STR

Rozpory, ke kterým dospěla klasická fyzika koncem 19. století při řešení problémů spojených s předpokládanou existencí absolutní vztažné soustavy, vyřešil německý fyzik Albert Einstein (1879-1955) svou novou teorií – speciální teorií relativity. Hlavní myšlenky této teorie byly publikovány v r. 1905 v Einsteinově práci K elektrodynamice pohybujících se těles.

Speciální teorie relativity je založena na dvou principech; na principu relativity a na principu stálé rychlosti světla.

**1. Princip relativity:** Ve všech inerciálních vztažných soustavách platí stejné fyzikální zákony.

Z prvního principu speciální teorie relativity lze odvodit podobné důsledky jako z mechanického principu relativity; tyto důsledky lze však nyní rozšířit na všechny děje.

Předpokládáme např. že dva pozorovatelé v různých inerciálních vztažných soustavách provedou dva stejné pokusy (včetně stejných počátečních podmínek pokusů); pak vzhledem k tomu, že podle principu relativity platí v obou inerciálních soustavách pro všechny děje stejné zákony, musí být rovněž výsledky těchto pokusů stejné. Odtud vyplývá, že žádným pokusem (mechanickým, elektromagnetickým, optickým apod.) provedeným uvnitř vztažné inerciální soustavy, nelze rozhodnout, zda se tato soustava vzhledem k jiné in. vzt. soustavě pohybuje rovnoměrným přímočarým pohybem, popř. zda je v klidu. Z hlediska STR (speciální teorie relativity) jsou všechny in. vzt. soustavy naprosto rovnocenné. Existuje nekonečně mnoho in. vzt. soustav, které se relativně vzhledem k sobě pohybují rovnoměrně přímočaře; žádná z nich však nemá nějakou význačnou vlastnost, kterou by se lišil od ostatních. Neexistuje tedy žádná „absolutná soustava“, a proto nemá smysl hovořit o „absolutním pohybu“ nebo „absolutním klidu“. Neexistuje také světelný éter. K popisu elektromagnetických vln éter také nepotřebujeme. Světlo je elektromagnetické vlnění a elektromagnetické pole představuje ze současného hlediska stejně reálný objekt jako jsou tělesa. Může samovolně existovat ve vakuu a k svému šíření nepotřebuje zvláštní prostředí (světelný éter).

**2. Princip stálé rychlosti světla:** Ve všech inerciálních vztažných soustavách má rychlost světla ve vakuu stejnou velikost, nezávisle na vzájemném pohybu světelného zdroje a pozorovatele. Rychlost světla v libovolné inerciální vztažné soustavě je ve všech směrech stejná.

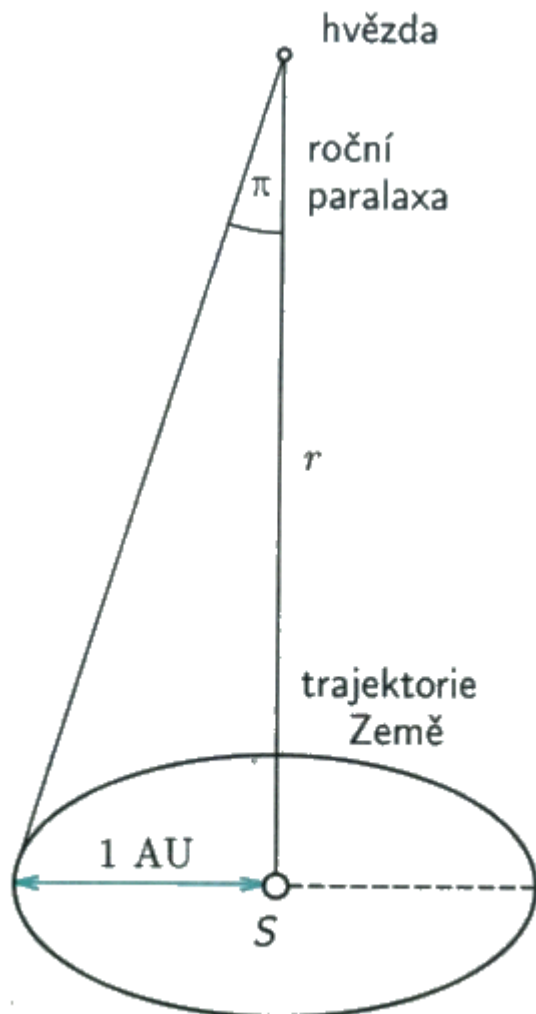
Podle tohoto principu by např. dva pozorovatelé P1 a P2, z nichž jeden se svou raketou pohybuje vzhledem k soustavě K rychlostí orientovanou souhlasně se směrem šíření světla a druhý opačně orientovanou rychlostí, naměřili stejně velkou rychlost světla. Stejnou rychlost by také naměřil pozorovatel, který by byl vzhledem k soustavě K v klidu. Z Einsteinových principů vyplývají ve fyzice výjimečně důležité důsledky (např. relativnost současnosti, dilatace času, kontrakce délek apod.).

#### **Dilatace času**

Trvání určitého děje závisí na soustavě, v níž tento děj pozorujeme. Nechť  $DXTt_0$  je časový interval, který naměříme v klidové soustavě  $S'$  (tělesa, na nichž děj probíhá jsou v  $S$  v klidu). Jestliže se soustava  $S'$  pohybuje rychlostí o velikosti  $v$  vzhledem k soustavě  $S$ , pak v soustavě  $S$  bude doba trvání děje  $DXTt$ , přičemž

$$DXTt = (DXTt_0) \cdot \sqrt{(1 - v^2 \cdot c^{-2})}^{-1}.$$

#### **Kontrakce délek**



### K definici roční paralaxy hvězdy a délkové jednotky parsek

Vzdálenost dvou bodů (délka tyče) už není absolutní veličina jak to předpokládala klasická mechanika, ale závisí na soustavě, v níž tuto vzdálenost měříme. Při určování délky tyče je podstatné, že polohu obou konců tyče určujeme současně v soustavě, v níž délku tyče měříme. čím rychleji se tyč vzhledem k určité soustavě pohybuje, tím menší délku v této soustavě naměříme. Je-li  $l_0$  délka tyče v její klidové soustavě, pak v soustavě, vzhledem k níž se tyč (ve směru své délky) pohybuje rychlostí  $v$ , bude délka tyče  $l$  dána vztahem

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2 \cdot c^{-2}}.$$

### Experimentální důkazy dilatace času

To, že jev dilatace času nefascinoval jen vědce, ale i širokou veřejnost, je více než pochopitelné. Tento údiv je i jedním z důvodů velké popularity, jaké se svého času těšila STR a její tvůrce. Způsobil především to, že se hledaly cesty, jak tento teoreticky postulovaný jev dokázat také experimentálně. Problémem však byl skutečnost, že zde v úvahu přicházely rychlosti blízké  $c$ , a takovéto rychlosti byly v tehdejší době sotva dosažitelné. Teprve vývoj urychlovačů částic v pozdějších desetiletích vytvořil možnost urychlení hmoty na téměř světelnou rychlost a mimo studia jiných relativistických jevů i studium dilatace času.

Jinou možností poskytl studium kosmického záření. Toto záření se skládá hlavně z atomových jader, která se ve výši asi 2 km nad zemským povrchem srážejí s částicemi vzduchu atmosféry a tímto způsobem vytvářejí pi mezony. Tyto částice se velmi rychle rozpadají, přičemž vytvářejí pi mezony a neutrina. Pi mezony mají velmi krátkou životnost, neboť v klidovém stavu žijí pouze  $2,2 \cdot 10^{-6}$  sec. Zato však jejich rychlost činí 0,9998 rychlosti světla. Vezmeme-li za základ uvedené hodnoty – rychlost 0,9998 c a dobu života  $2,2 \cdot 10^{-6}$  sec – je možno snadno vypočítat, jakou dráhu s může částice během svého krátkého života uletět. Výsledek činí:

$$s = 0,9998 \times 3 \cdot 10^8 \text{ mm/s} \times 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ sec} \approx 650 \text{ m}$$

Znamená to, že ve výšce cca 20 km nad zemí vzniklé částice nemají ani nejmenší šanci dosáhnout zemského povrchu. Praxe naopak dokazuje, že proti všemu očekávání je možno existenci těchto částic na Zemi prokázat; a jako jediné vysvětlení tohoto ohromujícího jevu se nabízí dilatace času.

Pozorovatel na Zemi vidí částice, přibližující se k němu rychlostí 0,9998 c, tzn. relativní rychlost částice vzhledem k pozorovateli činí 0,9998 c. Znamená to však, že za předpokladu působení dilatace času je její skutečná životnost mnohem větší, a to o faktor  $1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ . Tato hodnota odpovídá rychlosti  $v = 0,9998 c$  číslu 50, takže doba života mezonů není  $2,2 \cdot 10^{-6}$  sec., ale činí padesátinásobek této hodnoty, tzn.  $1,1 \cdot 10^{-4}$  sec. Vezmeme-li v úvahu tuto dobu života, mohou mezony během ní uletět ne pouze 650 metrů, ale dráhu  $s$  o délce  $= 0,9998 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ sec} \approx 33\,000 \text{ m} = 33 \text{ km}$ .

Životnost částice je tedy dostačující k tomu, aby překonala vzdálenost cca 20 km k zemskému povrchu.

### Relativistická hmotnost

Podle speciální teorie relativity závisí hmotnost tělesa na velikosti jeho rychlosti vzhledem k dané vztažné soustavě podle vztahu

$$m = m_0 \cdot \left( \sqrt{1 - v^2 \cdot c^{-2}} \right)^{-1}.$$

kde  $m_0$  je klidová hmotnost tělesa a  $m$  relativistická hmotnost tělesa (je to hmotnost tělesa vzhledem ke vztažné soustavě, v níž má těleso rychlost  $v$ ).

Relativistická hybnost

Jestliže se těleso o hmotnosti  $m$  pohybuje rychlostí  $v$ , je jeho hybnost

$$p = mv = (m_0 v) \cdot \left( \sqrt{1 - v^2 \cdot c^{-2}} \right)^{-1}.$$

Souvislost energie a hmotnosti

Energie tělesa  $E$  souvisí s jeho hmotností podle vztahu

$$E = mc^2 = (m_0 c^2) \cdot \left( \sqrt{1 - v^2 \cdot c^{-2}} \right)^{-1},$$

kde  $m_0$  je klidová hmotnost tělesa. Klidová energie tělesa je  $m_0 c^2$ .

## **Závěr**

Na konci 19. století se zdálo, že již není mnoho věcí, které by nebyly ve fyzice vysvětleny. Pak se však objevila Einsteinova teorie speciální relativity, která značně rozšířila fyzikální chápání světa a zároveň vysvětlila mnoho jevů. Teorie speciální relativity si všímá, jak se události a objekty jeví pozorovatelům v různých inerciálních soustavách. Velkým úspěchem bylo sjednocení klasické a speciální teorie relativity, kdy při nízkých rychlostech se vzorce zredukuje na vzorce klasické relativity.

Speciální teorie však není aplikovatelná v neinerciálních soustavách. S tímto problémem se zabývá teorie obecné relativity. Její vysvětlení však přesahuje rámec této práce.

## **Shrnutí nejdůležitějších faktů**

Klasická teorie relativity:

Mechanické děje dopadnou ve všech inerciálních soustavách stejně. Žádný z inerciálních systémů není nijak privilegován. Tento princip vychází z Galileovy transformace mezi dvěma souřadnicovými systémy vzájemně se pohybujícími v ose  $x$  konstantní rychlostí  $v$ .

Speciální teorie relativity

1. Mechanické i elektromagnetické děje dopadnou ve všech inerciálních systémech stejně.

Žádný z inerciálních systémů není nijak privilegován.

2. Rychlost světla je ve všech inerciálních souřadnicových soustavách stejná. Princip konstantní rychlosti světla je obsažen v Maxwellových rovnicích a je podpořen celou řadou experimentů, z nichž nejznámější je Michelsonův experiment. Odpovídající transformace se nazývá Lorentzova transformace

## **Použitá literatura**

Kapitoly ze speciální teorie relativity - Bartuška K.

Bartuška K.: Deset kapitol ze speciální teorie relativity. SPN 1980.

Havelka, B.; Tillich, J.: Teorie relativity, *SPN Praha 1964*

Bartuška, K.: Kapitoly ze speciální teorie relativity, *SPN Praha 1991*

Internet