

HYPOTEČNÍ ÚVĚR

Určení doby splatnosti

ÚLOHA 3: Pan Tomáš Potočný (34) a manželka Martina Potočná (29) by si rádi pořídili automobil LAND ROVER DEFENDER. Na to, aby si splnili svůj sen potřebují kapitál ve výši 1 100 000,-Kč. Manželé také touží po plošném televizoru SONY za 45 000,-Kč, pan Potočný po rybářském zájezdu na Aljašku v hodnotě 90 000,-Kč a 65 000,-Kč chce paní Potočná použít na rekonstrukci dětského pokojíčku jejich 5-letého syna Jakuba. Potřebný kapitál 1 300 000,-Kč chtějí manželé pokrýt úvěrem, přičemž jejich finanční situace jim umožňuje splácet ročně maximálně 144 000,-Kč. Vzhledem k tomu, že hypoteční úvěry jsou určeny pro různé transakce s nemovitostmi a spotřební úvěry jsou omezeny výší vypůjčené částky, manželé se rozhodnou pro Americkou hypotéku s úrokovou sazbou 8,3% p.a. Určete jak dlouho budou splácet svůj „sen“?

- uvažujte roční splátky, vždy ke konci roku,
- uvažujte polhůtní měsíční splácení a měsíční splátku ve výši 12 000,- Kč.

Řešení:

ad a) Určení doby splatnosti při ročních splátkách, vždy ke konci roku

Při výpočtu budeme vycházet ze vzorce $Dl = \frac{a \cdot (1 - v^n)}{i}$;

$$Dl = \frac{a (1 - v^n)}{i} \quad (1)$$

kde $\frac{(1 - v^n)}{i}$ je tzv. **zásobitel polhůtní**, $v = \frac{1}{1 + i}$ je diskontní faktor, Dl počáteční výše úvěru, i je roční úroková sazba vyjádřená desetinným číslem a n je počet let (doba splatnosti).

Potom pro dobu splatnosti n platí následující vztah (2); $isolate\left(Dl = \frac{a (1 - v^n)}{i}, n\right)$;

$$n = \frac{\ln\left(-\frac{Dl i}{a} + 1\right)}{\ln(v)} \quad (2)$$

Řešení krok za krokem:

1. Definujeme funkce, které odpovídají parametrům rovnice

Diskontní faktor:

restart;

$$v := \frac{1}{1 + i} ;$$

	<p>Doba splatnosti:</p> $n := (Dl, i, a, v) \rightarrow \frac{\ln\left(-\frac{Dl \cdot i}{a} + 1\right)}{\ln(v)} :$
<p>2. Zadáme konkrétní hodnoty vstupních proměnných úlohy</p>	<p>počáteční výše úvěru: $Dl := 1300000 :$</p> <p>roční anuita: $a := 144000 :$</p> <p>roční úroková sazba: $i := 0.083 :$</p>
<p>3. Vypočítáme dobu splatnosti:</p>	<p>$DobaSpl := n(Dl, i, a, v(i)) = 17.35148918$ let</p>
<p>Závěr: Rodina Potočných bude splácet dluh 1300000 Kč při ročních splátkách 144000 Kč po dobu přibližně 17.35 let.</p>	
<p>Poznámky</p>	
<p>1. Všimněme si, že výše roční splátky musí být vždy větší než úrok z počáteční výše úvěru (to znamená, že $a > i \cdot Dl$). V opačném případě bychom neměli při první splátce ani na zaplacení prvních úroků z úvěru.</p> <p>2. V bankovní praxi je běžné, že budeme splácet 18 let, přičemž 17 let budou roční splátky ve stejné výši (144 000 Kč) a 18. rok bude splátka nižší. Výši poslední splátky určíme následujícím způsobem:</p> <p>Při zjišťování zůstatku dluhu po 17-ti letech splácení budeme vycházet ze vzorce:</p> $Dl := \frac{a \cdot (1 - v^n)}{i} :$ <p>kde</p> <p>$a := 144000 :$</p> <p>$i := 0.083 :$</p> $v := \frac{1}{1 + i} :$ <p>$n := 17 :$</p> <p>Po dobu 17-ti let budeme splácet ke konci každého roku 144 000 Kč (tj. celkem zaplatíme $17 \cdot 144000 = 2448000$ Kč), přičemž současná hodnota těchto všech splátek úvěru je $Dl = 1287637,97 \xrightarrow{\text{round}} 1287638$ Kč.</p> <p>Náš dluh činí 1 300 000 Kč, tudíž zbytek dluhu je $K0 := 1300000 - Dl = 12362.032$ Kč. Nesmíme zapomenout, že je to zbytek ke dni poskytnutí úvěru. Vzhledem k tomu, že poslední splátka bude</p>	

zaplacená ke konci 18-tého roku, musíme k tomuto zůstatku dluhu připočítat úroky za 18 let. To znamená, že ke konci 18-tého roku hodnota dluhu je

$$K := n \rightarrow K0 \cdot (1 + i)^n :$$

$$K(18) = 51928.05818 \text{ Kč.}$$

Výše 18-té splátky je 51 928 Kč.

Řešení:

ad b) Určení doby splatnosti při polhútních měsíčních splátkách ve výši 12 000,- Kč a měsíčním připisování úroků.

restart :

Pro výpočet doby splatnosti při měsíčních polhútních splátkách budeme vycházet opět ze vztahu

$$Dl = \frac{a \cdot (1 - v^n)}{i};$$

$$Dl = \frac{a (1 - v^n)}{i} \quad (3)$$

kde $v = \frac{1}{1+i}$ je diskontní faktor, Dl počáteční výše úvěru, i je měsíční úroková sazba vyjádřená desetinným číslem a n je, na rozdíl od předchozího použití vztahu, počet měsíců. Z rovnosti (3) vyjádříme n :

$$\text{isolate} \left(Dl = \frac{a \cdot (1 - v^n)}{i}, n \right);$$

$$n = \frac{\ln \left(-\frac{Dl i}{a} + 1 \right)}{\ln(v)} \quad (4)$$

Řešení krok za krokem:

1. Definujeme funkce, které odpovídají parametrům rovnice

restart;

Diskontní faktor:

$$v := \frac{1}{1+i} :$$

Doba splatnosti:

$$n := (Dl, i, v, a) \rightarrow \frac{\ln \left(-\frac{Dl i}{a} + 1 \right)}{\ln(v)} :$$

2. Zadáme konkrétní hodnoty vstupních proměnných úlohy

počáteční výše úvěru:

$$Dl := 1300000 :$$

	měsíční anuita: $a := 12000 :$ měsíční úroková sazba: $i := \frac{0.083}{12} :$
3. Vypočítáme dobu splatnosti:	$DobaSpl2 := n(Dl, i, v, a) = 200.7180077$ měsíců
<p>Závěr: Rodina Potočných bude splácet dluh 1300000 Kč při měsíčních splátkách 12000 Kč po dobu přibližně 201 měsíců (tj. 16.75 let). Což je o půl roku méně než při ročních splátkách ve výši 144000 Kč. Stejně jako v předchozím případě v reálném životě Potoční zaplatí 200 splátek ve výši 12 000 Kč a 201. splátka bude opět nižší.</p>	
<p>CVIČENÍ:</p> <ol style="list-style-type: none"> Vypočtete výši 201. splátky (Řešení: 8 624.5 Kč) Sestavte umořovací plán pro úkol a) i pro úkol b). Porovnejte výši zaplacených úroků. 	